

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 08장 중력, 유체, 진동 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[역학 개관]

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙
물체의 운동 <표현>	① 시간 - 주기 ② 위치 - 각위치 ③ 변위 - 각변위 ④ 거리 ⑤ 속도 - 각속도 ⑥ 속력 - 각속력 ⑦ 가속도 - 각가속도	없음 (미적분+기하) 그래프 해석
물체의 운동 <원인>	① 질량 ② 힘/알짜 힘 ③ 돌림힘/알짜 돌림힘 ④ 회전관성	[뉴턴 운동법칙] - 제1법칙 (관성) - 제2법칙 (질량/가속도) - 제3법칙 (작용/반작용)
충돌/융합/분열(폭발) <순식간>	① 운동량/운동량 변화량 ② 충격량/충격력	① 운동량 보존법칙 ② 충격량-운동량 변화량 정리
물체의 운동 <스칼라적 접근>	① 일 ② 운동에너지 ③ 위치에너지-보존력 ④ 역학적 에너지	① 알짜일-운동에너지 변화량 정리 ② 보존력-위치에너지 관계 ③ 역학적 에너지 보존법칙

I. 뉴턴의 중력법칙

개념 POINT

1. 정의

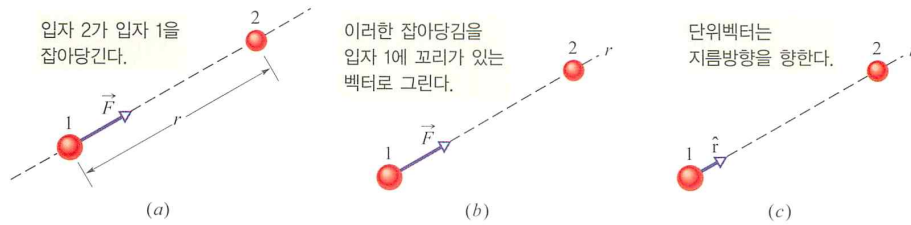


그림 13-2 (a) 입자 2가 입자 1에 작용하는 중력 \vec{F} 는 입자 1을 끌어당기는 인력이다. (b) \vec{F} 의 방향은 입자 1을 원점으로 하여 입자 2를 지나는 지름 좌표축 r 의 방향이다. (c) \vec{F} 는 r 축의 단위벡터 \hat{r} 의 방향이다.

2. 표시

$$\vec{F}_{21} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

(중력상수 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$)

3. 성격 - 실험법칙

4. 적용

(1) 특징

중력은 두 입자 사이에 다른 물체가 있다 하더라도 변하지 않는다. 즉, 어떤 물체도 하나의 입자가 다른 입자에 작용하는 중력을 막을 수 없다.

(2) 중첩의 원리

상호작용을 하는 n 개의 입자 중에 입자 1에 작용하는 중력에 대한 중첩원리는

$$\vec{F}_{1,\text{net}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{15} + \cdots + \vec{F}_{1n} \quad (13-4)$$

이다. 여기서 $\vec{F}_{1,\text{net}}$ 은 다른 입자들이 입자 1에 작용하는 알짜힘이고 \vec{F}_{13} 은 입자 3이 입자 1에 작용하는 힘이다. 이것을 다음과 같이 벡터합으로 간결하게 표기할 수 있다.

$$\vec{F}_{1,\text{net}} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i} \quad (13-5)$$

(3) 원칙 - 질점(입자)

(4) 예외 - 사과/지구 문제 - 껍질정리 (중력 가우스 법칙)



구형의 균일한 껍질 물질은 마치 모든 질량이 중심에 모여 있는 것처럼 외부의 입자를 끌어당긴다.



균일한 껍질은 내부에 있는 입자에 아무런 중력도 작용하지 않는다.

주의: 입자가 껍질로부터 받는 중력이 마술처럼 사라진다는 뜻이 아니라, 입자에 작용하는 힘의 벡터합이 0이라는 뜻이다.

II. 유체

개념 POINT

1. 개관

(1) 물체(body) - 역학적 구분

- 1) 질점 - 입자 (크기 무시)
- 2) 강체 - 고체 (크기 고려) - 질량/힘
- 3) 유체 - 액체/기체 (크기 고려) - 밀도/압력

강체와 달리 유체는 넓게 퍼져 있으면 유체 내의 위치에 따라 특성이 변하므로 질량과 힘보다는 밀도와 압력을 사용하는 것이 편리하다.

(2) 유체 정역학

- 1) 정지유체 압력
- 2) 파스칼의 원리
- 3) 아르키메데스의 원리 (부력)

(3) 유체 동역학

- 1) 연속방정식
- 2) 베르누이 방정식

2. 밀도

(1) 정의 : 단위부피당 질량

(2) 표시 : $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$

(3) 성격 : 스칼라

(4) 단위 : kg/m^3

3. 압력

(1) 정의 : 단위면적당 힘의 크기

(2) 표시 : $p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$

(3) 성격 : 스칼라(실험결과)

(4) 단위 : $N/m^2 = Pa$ (파스칼)

4. 정지유체 압력

(1) 정의 : 정지해 있는 유체 내부의 한 점에서의 압력

(2) 표시 : $p = p_0 + \rho gh$ (p : 절대압력, p_0 : 대기압, ρ : 유체의 밀도, h : 유체의 깊이)

(3) 성격 : 스칼라

(4) 단위 : $N/m^2 = Pa$

(5) 적용

정적 평형상태인 유체 내 한 점에서의 압력은 깊이에만 의존하고 유체나 유체가 담겨 있는 그릇의 수평적 크기나 위치와는 상관이 없다.

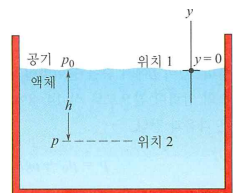


그림 14-3 압력 p 는 식 14-8처럼 액체 표면으로부터의 깊이 h 에 따라 증가한다.

5. 부력 (아르키메데스의 원리)

개념 POINT

(1) 정의 : 물체가 유체 내에서 받는 힘.

(2) 표시 : \vec{F}_b

(3) 성격 : 벡터

1) 크기 : $F_b = \rho_{\text{유체}} V_{\text{잠긴부피}} g$

2) 방향 : 항상 위쪽 방향

(4) 단위 : N

(5) 적용

1) 부력은 강체에서의 수직항력과 같은 역할을 한다.

2) 부력은 정지 유체압력이 물체에 작용한 결과이다.

3) 아르키메데스의 원리

어떤 물체의 전부 또는 일부가 유체에 잠기게 되면 잠긴 물체가 밀어낸 유체의 무게 $m_f g$ 와 같은 크기의 부력이 위쪽으로 작용한다.

어떤 물체가 유체에 떠 있으면 물체에 작용하는 부력 F_b 와 중력 F_g 의 크기는 같다.

어떤 물체가 유체에 떠 있으면 물체에 작용하는 중력 F_g 의 크기와 물체에 의해 밀려난 유체의 무게 $m_f g$ 가 같다.

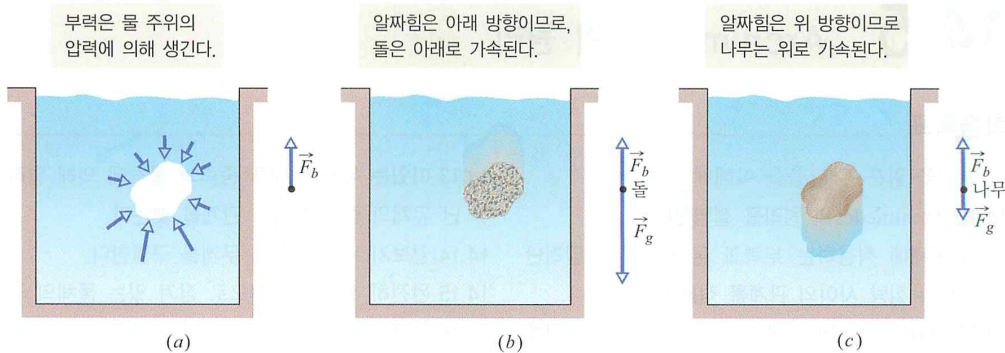


그림 14-10 (a) 빈 공간을 둘러싸고 있는 물은 공간 안에 어떤 물체가 들어가든지 위쪽 방향으로 알짜 부력을 만든다. (b) 빈 공간과 같은 부피의 돌에 작용하는 중력은 부력보다 더 크다. (c) 같은 부피의 나무토막에 작용하는 중력은 부력보다 작다.

4) 겉보기 무게

저울 위에 돌을 올려놓으면 저울 눈금이 나타내는 것은 돌의 무게이다. 그러나 물속에서는 돌에 작용하는 부력 때문에 저울 눈금이 나타내는 무게가 줄어든다. 이때 저울 눈금이 가리키는 무게가 **겉보기 무게**이다. 일반적으로 겉보기 무게는 다음과 같다.

$$(\text{겉보기 무게}) = (\text{실제 무게}) - (\text{부력의 크기}). \quad (14-19)$$

만약에 무거운 돌을 들어야 할 일이 있으면 물 속에서 들어 올리는 것이 더 쉽다. 왜냐하면 부력의 도움으로 돌의 실제 무게가 아닌 겉보기 무게에 해당하는 힘만 작용하기 때문이다.

떠 있는 물체에 작용하는 부력의 크기는 그 물체의 무게와 같다. 따라서 식 14-19로부터 떠 있는 물체의 겉보기 무게가 0이라는 것을 알 수 있다. 즉 저울로 달았을 때 눈금이 0을 가리킨다. 예를 들어 우주비행사가 우주에서 행할 작업을 연습할 때 겉보기 무게가 0이 되도록 물속에서 연습한다.

III. 진동(단진동, 단순조화운동)

개념 POINT

1. 정의

단진동이란 물체가 일직선상에서 주기적으로 왕복하는 가속도 운동을 말한다.

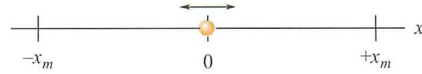


그림 15-1 입자가 끝점 x_m 과 $-x_m$ 사이에서 x 축을 따라 좌우로 반복하여 진동하는 입자.

2. 표현

- (1) 주기, 진동수, 각진동수 : $T = \frac{1}{f}$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- (2) 순간위치 : $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$
- (3) 순간속도 : $v(t) = -x_m \omega \sin(\omega t + \phi)$
- (4) 순간가속도 : $a(t) = -x_m \omega^2 \cos(\omega t + \phi)$
- (5) 순간위치와 순간가속도의 관계 : $a(t) = -\omega^2 x(t)$, $a = -\omega^2 x$
- (6) 단진동과 등속원운동

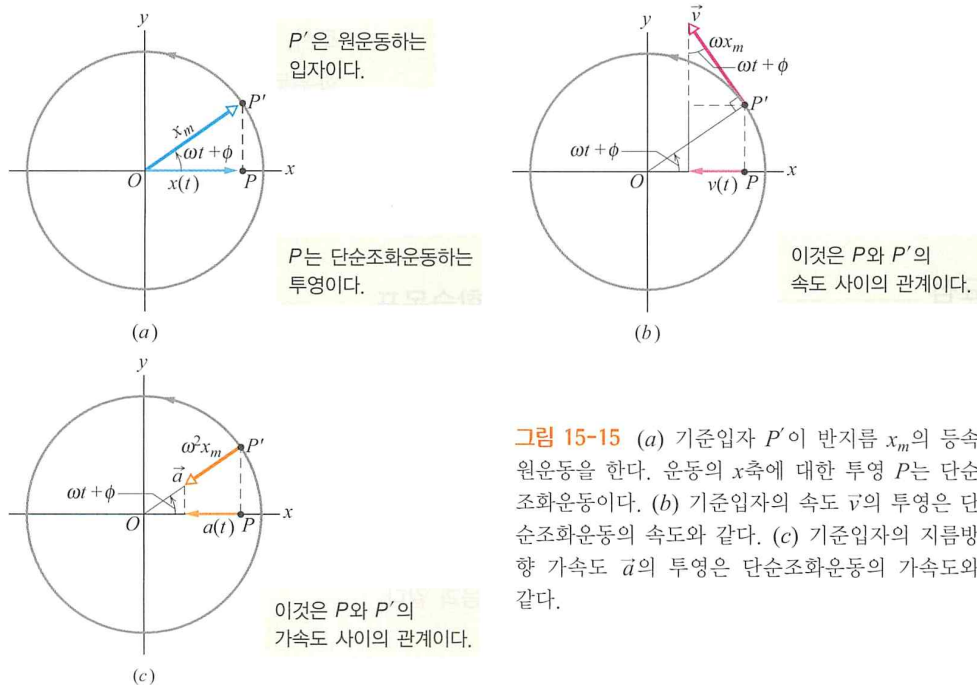


그림 15-15 (a) 기준입자 P' 이 반지름 x_m 의 등속 원운동을 한다. 운동의 x 축에 대한 투영 P 는 단순조화운동이다. (b) 기준입자의 속도 \vec{v} 의 투영은 단순조화운동의 속도와 같다. (c) 기준입자의 지름방향 가속도 \vec{a} 의 투영은 단순조화운동의 가속도와 같다.

3. 원인 - 복원력

개념 POINT

(1) 정의

복원력이란 단진동의 원인이 되는 힘을 말한다.

(2) 표시

$\Sigma F = -kx$ (x : 진동중심으로부터의 위치), k 는 복원력의 원인이 되는 힘에 의해 결정된다.

$-kx = ma = -m\omega^2 x$ 이므로 $k = m\omega^2$ 이고 따라서 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 이다.

단순조화운동은 입자에 작용하는 힘이 입자의 변위에 비례하지만 방향이 반대일 때 일어나는 입자의 운동이다.

(3) 유형

- 1) 탄성력 : 탄성력의 경우 k 는 용수철 상수가 된다.
- 2) 중력(지구 내부)
- 3) 부력
- 4) 전기력

4. 단진동의 역학적 에너지 보존

(1) 용수철진자

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m(x_m\omega)^2 = \frac{1}{2}kx_m^2, \text{ 주기 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(2) 단진자

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh, \text{ 주기 } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ (등시성)}$$

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

1. [2006년 변리사] (상) 중력 가우스 법칙

질량 M , 반지름 R 의 밀도가 균일한 구형 행성에 중심을 관통하는 구멍을 뚫었다. 이 구멍을 빠져 나올 수 있는 크기의 질량 $m (\ll M)$ 인 물체가 행성의 중심에 놓여 있을 때, 이 물체를 행성의 표면까지 끌어올리는 데 필요한 에너지는 얼마인가? (단, 관통된 구멍에 의한 행성의 질량 변화는 무시한다.)¹⁾

① $\frac{GMm}{4R}$

② $\frac{GMm}{3R}$

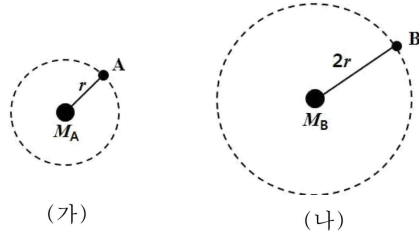
③ $\frac{GMm}{2R}$

④ $\frac{2GMm}{3R}$

⑤ $\frac{GMm}{R}$

2. [2017년 변리사] (중) 중력+등속원운동

그림 (가)는 질량이 m 인 인공위성 A가 질량이 M_A 인 행성을 중심으로 반지름 r 의 등속원운동을 하는 것을 나타낸 것이고, 그림 (나)는 질량이 m 인 인공위성 B가 질량이 M_B 인 행성을 중심으로 반지름 $2r$ 의 등속원운동을 하는 것을 나타낸 것이다.



인공위성 A, B의 등속원운동에 대한 각속도의 크기가 같을 때, $\frac{M_B}{M_A}$ 는? (단, $M_A \gg m$, $M_B \gg m$ 이고, 인공위성과 행성의 크기는 무시한다.)²⁾

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

개념 POINT

3. [2002년 변리사] (하) 부력

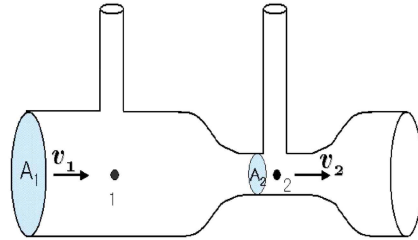
단면적 $0.1m^2$, 높이 $0.1m$ 인 직사각형 물체가 물 속 $10m$ 에 잠겨 있다. 이 물체의 질량은 $1kg$ 일 때, 이 물체가 받는 부력은? (물의 밀도는 $1,000kg/m^3$, $g=9.8m/s^2$)³⁾

- ① $88.2N$ ② $98N$ ③ $980N$ ④ $9,800N$ ⑤ $10,000N$

개념 POINT

4. [2004년] (중) 벤추리 관 - 베르누이방정식

다음 그림은 관에서 액체의 유속을 측정하는 벤추리 계를 나타낸다. 관의 단면적이 큰 지역1은 단면적 A_1 , 그리고 단면적이 작은 지역2는 단면적 A_2 를 갖는다. 단면적이 A_1 및 A_2 인 지역에 그림과 같이 수직 관이 각각 설치되어 있으며, 이 두 개의 수직 관에 채워진 액체의 높이차는 h 라고 한다. 이 때 단면적이 큰 A_1 인 지역에서의 유체속도 v_1 과 단면적이 작은 A_2 인 지역에서의 유체속도 v_2 , 그리고 두 개의 수직 관에 채워진 액체의 높이차 h 에 관한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?4)



< 보기 >

- ㄱ. 유체속도 v_1 은 유체속도 v_2 보다 느리다.
- ㄴ. 유체속도 v_1 인 지역에 있는 수직관의 액체높이가 유체속도 v_2 인 지역에 있는 수직관의 액체높이 보다 더 낮다.
- ㄷ. 두 개의 수직관에 채워진 액체의 높이차 h 가 클수록 유체속도 v_1 은 빠르다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

5. [2006년 변리사] (상) 부력 + 이상기체 상태방정식

커다란 용기에 헬륨가스(He)를 채워 넣고, 여기에 질소가스(N_2)를 담은 풍선을 넣었다. 풍선 내부와 용기 내부의 압력·온도가 각각 동일하게 된 후, 풍선을 놓아 주었다. 풍선이 바닥을 향해 떨어지는 동안의 가속도는 얼마인가? (단, 풍선의 무게와 기체의 저항은 무시하고 중력 가속도는 $9.8m/s^2$, 헬륨과 질소의 원자량은 각각 4.0과 14.0이다.)⁵⁾

- ① $6.3m/s^2$ ② $7.0m/s^2$ ③ $7.7m/s^2$ ④ $8.4m/s^2$ ⑤ $9.1m/s^2$

개념 POINT

6. [2009년 변리사] (하) 부력

질량이 $60kg$ 이고 부피가 $1.2 \times 10^{-2} m^3$ 인 바위가 호수의 바닥에 놓여 있다. 이 바위를 등속으로 끌어올리는 데 필요한 힘은? (단, 중력가속도 $10m/s^2$ 는, 물의 밀도는 $1.0 \times 10^3 kg/m^3$ 이며 물의 저항은 무시한다.)⁶⁾

① $480N$

② $500N$

③ $520N$

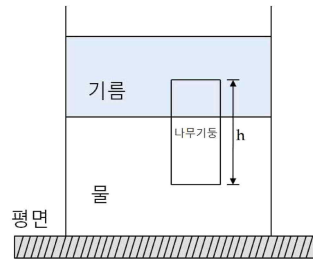
④ $550N$

⑤ $600N$

개념 POINT

7. [2012년 변리사] (중) 부력

물(비중=1.00)과 기름(비중=0.80)이 층을 이루고 있는 수조에 원통형 나무 기둥이 잠겨서 그림과 같이 평형을 이루고 있다. 나무의 비중이 0.98일 때, 원통형 나무 기둥의 전체 높이(h) 중 몇 %가 물에 잠기는가? (단, 물, 기름, 나무 기둥은 모두 균질하고 열적 평형상태에 있다.)⁷⁾



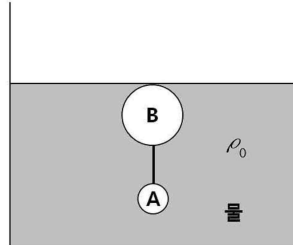
- ① 75% ② 80% ③ 90% ④ 95% ⑤ 98%

개념 POINT

8. [2017년 변리사] (하) - 부력

그림과 같이 실온에서 밀도가 ρ_0 인 물에 완전히 잠긴 물체 A는 물체 B와 실로 연결되어 있다.

A의 밀도는 $\frac{3}{2}\rho_0$ 이고, B의 부피는 A의 2배이다. B가 물에 완전히 잠기기 위한 B의 최소 밀도는? (단, A와 B의 밀도는 균일하며, 실의 부피와 질량은 무시한다.)⁸⁾



① $\frac{1}{8}\rho_0$

② $\frac{1}{4}\rho_0$

③ $\frac{1}{2}\rho_0$

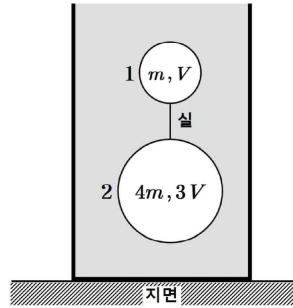
④ $\frac{3}{4}\rho_0$

⑤ $\frac{4}{5}\rho_0$

개념 POINT

9. [2018년 변리사] (하) 부력

그림은 밀도가 ρ 로 균일한 유체 속에서 질량 m , 부피 V 인 물체 1과 질량 $4m$, 부피 $3V$ 인 물체 2가 실로 연결된 채 정지해 있는 모습을 나타낸 것이다.



실에 걸리는 장력은? (단, 중력 가속도는 g 이고, 실의 질량은 무시한다.)⁹⁾

- ① $\frac{1}{4}mg$ ② $\frac{1}{2}mg$ ③ $\frac{3}{4}mg$ ④ $\frac{5}{4}mg$ ⑤ $\frac{3}{2}mg$

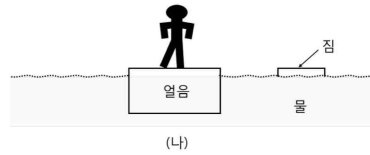
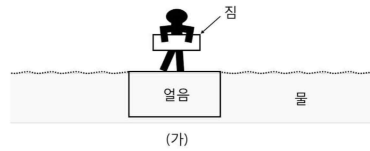
개념 POINT

10. [2023년 변리사] (중) 부력

그림 (가)와 같이 질량 $72kg$ 의 사람이 짐을 들고 수면과 동일한 높이의 얼음 위에 서 있다.

그림 (나)와 같이 짐을 물에 던졌더니 얼음 부피의 $\frac{1}{48}$ 이 수면 위로 떠올랐다. 짐의 질량(kg)

은? (단, 물과 얼음의 밀도는 각각 ρ_w , $\frac{11}{12}\rho_w$ 이고, 얼음은 녹지 않는다.)¹⁰⁾



① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 48

개념 POINT

11. [2025년 변리사] - 부력

밀도가 일정한 원통형 막대를 밀도가 ρ_1 인 유체에 넣었더니 막대 부피의 $\frac{5}{6}$ 배가 유체에 잠긴 채 평형을 유지했다. 이 막대를 밀도가 ρ_2 인 유체에 넣었더니 막대 부피의 $\frac{6}{7}$ 배가 유체에 잠긴 채 평형을 유지했을 때, $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ 는? (단, 중력 가속도는 일정하고, 막대는 유체를 흡수하지 않는다.)¹¹⁾

① $\frac{5}{7}$

② $\frac{35}{36}$

③ 1

④ $\frac{36}{35}$

⑤ $\frac{7}{5}$

개념 POINT

12. [2002년 변리사] - 단진동(단진자)

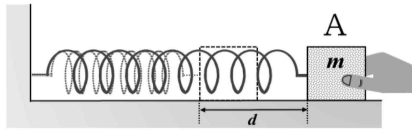
길이가 l 이고 질량이 m 인 추를 매달은 단진자가 있다. 이 진자를 천장에 매달고 살짝 밀었다가 놓았을 때, 진자의 운동을 기술한 것 중 옳은 것은? (단, 추는 점 질량으로 되어 있고, 실의 질량은 무시하며, 중력 가속도는 g 로 균일한 것으로 가정한다.)¹²⁾

- ① 가속도가 최대일 때 추의 속력도 최대이다.
- ② 추의 속력이 최대일 때 위치에너지가 최대이다.
- ③ 추의 가속도가 최대일 때 운동에너지가 최대이다.
- ④ 추의 가속도가 0일 때 추의 위치에너지가 최소이다.
- ⑤ 추의 질량이 두 배가 되면 주기는 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배가 된다.

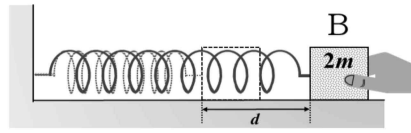
개념 POINT

13. [2019년 변리사] - 단진동(용수철 진자)

그림 (가)와 (나)는 수평면에서 한쪽 끝이 고정된 두 개의 용수철에 각각 질량이 m , $2m$ 인 물체 A, B를 평형위치에서 같은 길이 d 만큼 늘어난 곳에서 잡고 있는 모습을 나타낸 것이다. 두 용수철의 용수철 상수는 같고, 물체를 가만히 놓았을 때 A와 B는 단진동을 한다.



(가)



(나)

(가)와 (나)의 단진동에서 값이 같은 물리량만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹³⁾

< 보기 >

ㄱ. 주기

ㄴ. 진폭

ㄷ. 운동에너지 최대값

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

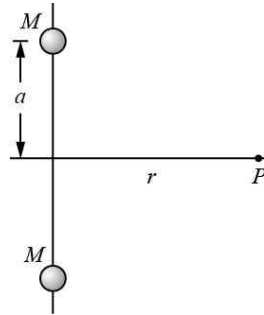
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

■ 개념확인문제

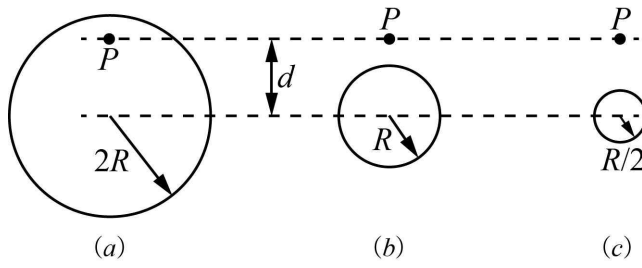
14. 그림과 같이 질량이 같은 두 개의 공이 $2a$ 만큼 떨어져 있다. 이 두 개의 공을 수직 이등분한 선상의 점 P 에 작용하는 중력장(=중력 가속도)의 크기와 방향을 구하라.¹⁴⁾



개념 POINT

15. 다음 그림처럼 질량 m 의 점입자 P 와 질량 M 이 균일하게 분포된 껍질이 여러 형태로 배치된다. 껍질의 반지름을 알 때 껍질이 입자 P 에 작용하는 중력의 크기가 큰 순서대로 나열하여라.¹⁵⁾

개념 POINT



16. 다음과 같은 행성에 대하여 물음에 답하라.¹⁶⁾

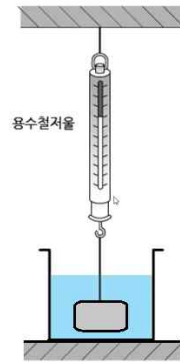
(1) 질량이 지구와 같고 반지름이 지구의 2배인 행성이 있다. 이 행성 표면의 중력 가속도는 지구의 몇 배인가?

(2) 밀도가 지구와 같고 반지름이 지구의 2배인 행성이 있다. 이 행성 표면의 중력 가속도는 지구의 몇 배인가?

개념 POINT

17. 어떤 물체를 용수철저울에 매단 상태에서 그림처럼 물속에 담그니 물 밖에 있을 때보다 저울의 눈금이 20% 감소한 값을 가리켰다면 이 물체의 평균 밀도는 물의 몇 배인가?¹⁷⁾

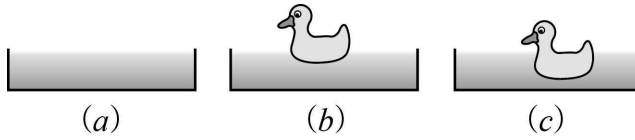
개념 POINT



- ① 2.0배
- ② 4.0배
- ③ 5.0배
- ④ 6.0배
- ⑤ 8.0배

18. 그림은 세 개의 똑같은 그릇에 물이 가득 찬 모습이다. 그 중 두 그릇에 장난감 오리가 떠 있다. 그릇과 내용물의 전체 무게가 큰 순서대로 나열하여라.¹⁸⁾

개념 POINT

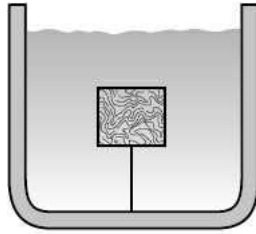


19. 속이 빈 쇠공이 물에 거의 잠긴 채 떠 있다. 바깥 반지름이 a 이고 쇠의 밀도가 ρ 일 때 안쪽 반지름 b 를 구하여라. 단, 물의 밀도는 ρ_w 이다.¹⁹⁾

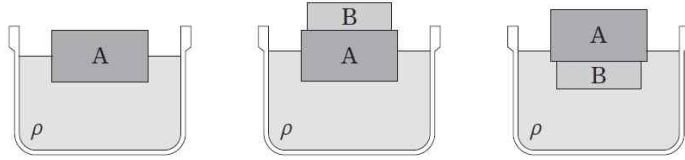
개념 POINT

20. 어떤 상자를 물통 속에 매달고 있는 줄의 장력이 T_0 였다. 물통이 연직 위로 $0.250g$ 로 가속된다면 줄의 장력은 몇 배가 되는가?²⁰⁾

개념 POINT



21. 그림 (가)는 밀도가 ρ 인 액체에 부피가 $5V$ 인 물체 A가 절반만 잠겨 정지해 있는 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 (가)에서 A 위에 물체 B를 놓았더니 A가 $3V$ 만큼 잠겨 정지해 있는 것을, (다)는 (가)에서 A 아래에 B를 놓았더니 B는 완전히 잠겨 있고 A는 V 만큼 잠겨 정지해 있는 것을 나타낸 것이다.



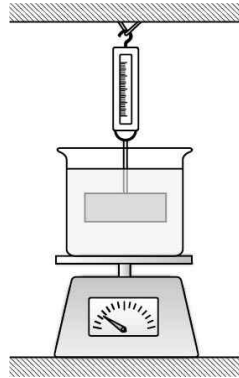
B의 밀도는? ²¹⁾

- ① $\frac{1}{5}\rho$ ② $\frac{1}{4}\rho$ ③ $\frac{2}{5}\rho$ ④ $\frac{3}{5}\rho$ ⑤ $\frac{3}{4}\rho$

개념 POINT

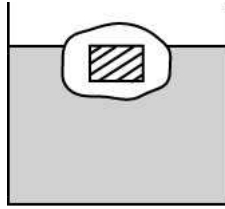
22. 질량 m_O , 밀도 ρ_O 인 기름이 든 질량 m_B 인 비커가 저울 위에 놓여 있다. 질량 m_I , 밀도 ρ_I 인 금속 물체가 용수철저울에 매달려 기름 속에 완전히 잠겨 있다.²²⁾

개념 POINT



- (1) 용수철 저울의 눈금은 얼마인가?
(2) 저울의 눈금은 얼마인가?

23. 물이 채워진 양동이에 얼음덩어리가 떠 있다.²³⁾



(1) 얼음이 녹으면 물의 높이가 변하는가? 변한다면 올라가는가? 내려가는가?

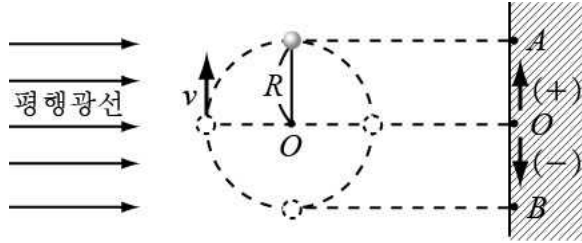
(2) 얼음 속에 공기 방울이 들어 있었다면 어떠한가?

(3) 얼음 속에 금속 조각이 들어 있다면 어떠한가?

(1) 얼음 속에 나무토막이 들어 있다면 어떠한가?

개념 POINT

24. 다음 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름이 R 인 원둘레를 따라 물체가 일정한 속력 v 로 운동하고 있다. 왼쪽으로부터 빛을 비추면 오른쪽 벽면에는 물체의 그림자가 생겨 직선을 따라 규칙적인 왕복운동을 한다.



개념 POINT

이러한 운동에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 고르면?²⁴⁾

<보 기>

- ㄱ. 진동하는 그림자의 진폭은 $2R$ 이다.
 ㄴ. 1초 동안 그림자의 왕복 횟수는 $\frac{v}{2\pi R}$ 회 이다.
 ㄷ. 물체에 작용하는 힘의 크기가 가장 큰 경우는 그림자가 0위치에 있을 때이다.
 ㄹ. 그림자 운동의 변위가 $x = A \sin \frac{v}{R}t$ 의 식으로 주어질 때, $t=0$ 일 때부터 최초로 변위가 $-\frac{A}{2}$ 가 될 때까지 걸리는 시간은 $\frac{1}{3}T$ 이다. (단, T 주기)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

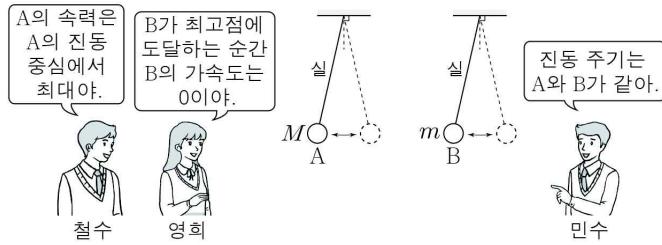
25. 질량이 m 인 물체가 용수철 상수 k 인 용수철에 매달려 마찰이 없는 평면에서 수평으로 진동하고 있다. 다음에 답하여라.²⁵⁾

개념 POINT

(1) 수평으로 진동하는 용수철 진자에서 변위가 진폭의 반이 되는 위치에서 총 에너지 중 운동 에너지의 비율은 얼마인가?

(2) 변위가 얼마일 때 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 비율이 1 : 1이 되는가?

26. 그림은 길이가 같은 실에 질량이 각각 M , m 인 추 A, B를 각각 연결한 단진자가 연직선과 이루는 최대 각이 같은 각으로 일정한 진동을 하는 것에 대해 철수, 영희, 민수가 대화하는 모습을 나타낸 것이다.



옳게 말한 학생만을 있는 대로 고른 것은?26)

- ① 철수 ② 영희 ③ 철수, 민수
④ 영희, 민수 ⑤ 철수, 영희, 민수

개념 POINT

■ 정답과 해설

개념 POINT

1) [정답] ③

[해설]

밀도가 균일한 구형 행성 내부에서 중심으로부터 거리 r 인 지점의 위치에너지는

$U(r) = -\frac{GMm}{2R^3}(3R^2 - r^2)$ 이다. 따라서 이 물체를 행성의 중심에서 행성의 표면까지 끌어올리

는 데 필요한 에너지 $W = \Delta U = U_{r=R} - U_{r=0} = \left(-\frac{GMm}{R}\right) - \left(-\frac{3GMm}{2R}\right) = \frac{GMm}{2R}$ 이다.

2) [정답] ⑤

[해설]

인공위성이 행성 주위를 등속 원운동할 때, 두 천체 사이의 만유인력이 원운동의 구심력이 된다. 각속도(ω)가 두 경우 모두 동일하므로, ω 를 기준으로 각각 식을 정리하면

$G\frac{M_A m}{r^2} = m r \omega^2$, $G\frac{M_B m}{(2r)^2} = m (2r) \omega^2$ 이므로 $M_A = \frac{r^3 \omega^2}{G}$, $M_B = \frac{8r^3 \omega^2}{G}$ 이고 $\frac{M_B}{M_A} = 8$ 이다.

3) [정답] ②

[해설]

부력 공식에서 $F_b = \rho_{\text{유체}} V_{\text{잠긴}} g = 1,000 \times 0.01 \times 9.8 = 98N$ 이다.

4) [정답] ③

[해설]

ㄱ. 단면적 $A_1 > A_2$ 이므로 연속방정식 $A_1 v_1 = A_2 v_2$ 에서 $v_1 < v_2$ 이다. (참)

ㄴ. 베르누이 방정식에 따라 두 지역의 높이가 같으므로 유체속도가 빠를수록 압력이 낮다. 따라서 $P_1 > P_2$ 이다. 수직 관의 액체 높이는 압력을 의미하므로 v_1 인 지역이 v_2 인 지역보다 더 높다. (거짓)

ㄷ. 베르누이 방정식에 의해 $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho \times g \times 0 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho \times g \times 0$ 이므로 두 개의 수직 관에 채워진 액체의 높이차는 압력 차 $\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = \rho gh$ 와 비례한다. 연속방정식 $A_1 v_1 = A_2 v_2$ 과 $\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = \rho gh$ 를 연립하여 정리하면 $v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2}}$ 이므로 두 개의 수직 관에 채워진 액체의 높이차 h 가 클수록 유체속도 v_1 은 빠르다. (참)

5) [정답] ④

[해설]

이 문제는 기체 내에서 작용하는 부력과 중력을 고려하여 풍선의 가속도를 구하는 문제이다. 핵심은 이상기체 상태방정식을 이용해 두 기체의 밀도비를 찾아내는 것이다.

$PV = nRT = \frac{m}{M}RT$ 에서 $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$ 이므로 압력과 온도가 동일한 경우 밀도는 분자량에 비

례하므로 $\frac{\rho_{He}}{\rho_{N_2}} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ 이다.

풍선의 부피가 V 일 때, 질소가스가 받는 알짜힘 $\Sigma F = mg - F_b = \rho_{N_2} Vg - \rho_{He} Vg = \rho_{N_2} Va$ 이므

로 $a = \left(1 - \frac{\rho_{He}}{\rho_{N_2}}\right)g = \left(1 - \frac{1}{7}\right)g = \frac{6}{7}g = \frac{6}{7} \times 9.8 = 8.4m/s^2$ 이다.

6) [정답] ①

[해설]

필요한 힘을 F , 부력을 F_b , 중력을 mg 라고 하면 이 바위를 등속으로 끌어올리는 경우 알짜힘이 0이므로 $\Sigma F = F + F_b - mg = 0$ 에서

$$F = mg - F_b = mg - \rho_{\text{유체}} V_{\text{잠긴}} g = 60 \times 10 - (1.0 \times 10^3) \times (1.2 \times 10^{-2}) \times 10 = 600 - 120 = 480 \text{ N}$$

다.

7) [정답] ③

[해설]

비중은 밀도가 물의 몇 배인가를 나타내는 물리량이다. 따라서 액체의 비중이 2이면, 물의 밀도가 ρ 일 때, 액체의 밀도는 2ρ 이다. 문제에서 물에 잠긴 높이를 x 라고 하면 기름에 잠긴 높이는 $h-x$ 이다. 나무 기둥이 정지해 있으므로 나무 기둥에 작용하는 알짜힘은 0이다. 나무 기둥에 작용하는 힘은 중력과 기름 및 물로부터 받는 부력이 전부이다. 물의 밀도를 ρ , 나무 기둥의 밑면적을 A 라 하면 $\Sigma F = \rho_{\text{물}} V_{\text{물에 잠긴}} g + \rho_{\text{기름}} V_{\text{기름에 잠긴}} g - m_{\text{나무기둥}} g = 0$ 이므로 대입하면 $(\rho)A(x)g + (0.8\rho)A(h-x)g = (0.98\rho)A(h)g$ 이므로 정리하면 $\frac{x}{h} = 0.9$ 이다. 따라서 전체 높이 h 중 90%가 물에 잠긴다.

8) [정답] ④

[해설]

물체 B가 완전히 잠기려면 A와 B전체에 작용하는 무게와 부력이 같아야 하므로 A의 부피를 V 라고 할 때 $\rho_0 \times (V+2V)g = \rho_A \times V \times g + \rho_B \times 2V \times g = (\rho_A + 2\rho_B) Vg$ 이므로

$$3\rho_0 = \frac{3}{2}\rho_0 + 2\rho_B \text{이다. 따라서 } \rho_B = \frac{3}{4}\rho_0 \text{이다.}$$

9) [정답] ①

[해설]

물체 1과 물체 2가 유체 속에서 정지해 있으므로 알짜힘은 0이다. 따라서 전체 부력 = 전체 무게이므로 $\rho \times (V+3V) \times g = (m+4m)g$ 이고 $4\rho V = 5m$ 이 된다.

물체 1의 운동방정식은 $\Sigma F = \rho Vg - mg - T = 0$ 이므로 $T = \rho Vg - mg = \frac{5}{4}mg - mg = \frac{1}{4}mg$ 이다.

10) [정답] ③

[해설]

그림 (가)에서 얼음의 부피를 V , 짐의 질량을 m 이라고 하면 평형상태이므로 (사람+짐+얼음)에 작용하는 알짜힘은 0이다.

$$\text{따라서 } \Sigma F = F_b - (72 + m + \frac{11}{12}\rho_w V)g = \rho_w Vg - (72 + m + \frac{11}{12}\rho_w V)g = 0 \text{이고, 정리하면}$$

$$72 + m = \frac{1}{12}\rho_w V \text{이다.}$$

$$\text{그림 (나)에서 던져 버린 물체의 무게만큼 부력이 감소하므로 } mg = \rho_w \left(\frac{1}{48} V \right) g \text{이고}$$

$$\rho_w V = 48m \text{이다. 따라서 } 72 + m = \frac{1}{12} \times 48m = 4m \text{이고, 정리하면 } m = 24 \text{ kg이다.}$$

11) [정답] ②

[해설]

막대가 두 유체에 넣었을 때 잠긴 채 평형을 유지하므로 막대의 무게와 각각의 부력은 같다.

따라서 $mg = \rho_1 V_{1\text{잠긴}}g = \rho_2 V_{2\text{잠긴}}g$ 에서 물체의 부피가 V 일 때, $\rho_1 \times \frac{5}{6}V = \rho_2 \times \frac{6}{7}V$ 이므로

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{35}{36} \text{이다.}$$

12) [정답] ④

[해설]

①, ③번 : 가속도가 최대인 곳은 최고점이고 속력과 운동에너지는 0이다.

②번 : 속력이 최대인 곳은 최저점이고 위치에너지는 최소이다.

④번 : 가속도가 0인 지점은 평형점(최저점)이고 추의 높이가 가장 낮으므로 위치에너지가 최소이다.

⑤번 : 단진자의 주기 공식은 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 이므로 질량과 무관하다.

13) [정답] ④

[해설]

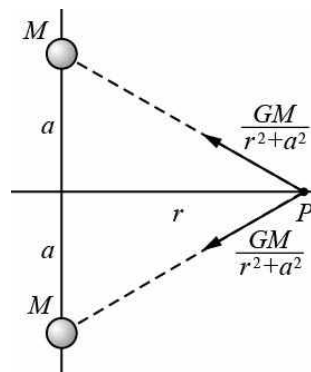
ㄱ. 용수철 진동의 주기 공식은 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 이므로 용수철 상수는 같지만 질량이 다르기 때문에 주기는 다르다.

ㄴ. 진폭은 평형위치에서 최대 변위까지의 거리이므로 두 물체의 진폭은 같다.

ㄷ. 역학적 에너지 보존법칙에 의해, 처음에 잡아당겼을 때 가진 탄성 위치에너지의 최댓값이 운동에너지의 최댓값이 된다. 탄성위치에너지는 두 경우 같으므로, 운동에너지 최댓값도 같다.

14) [정답] 질량 중심쪽으로 $g = \frac{2GMr}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$

[해설]



두 질량은 각각 P 점에 그림과 같이 자기 자신을 향해 들어가는 방향으로 $\frac{GM}{r^2 + a^2}$ 의 중력장을 만든다. 두 중력장을 합한 총 중력장은 두 질량의 중심을 향하며 크기는

$$g = \frac{GM}{r^2 + a^2} \times \cos\theta \times 2 = \frac{GM}{r^2 + a^2} \times \frac{r}{\sqrt{r^2 + a^2}} \times 2 = \frac{2GMr}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

15) [정답] $b = c > a$

[해설]

구 껍질정리를 적용하면 껍질 내부에는 힘이 0이며 껍질 외부에는 중심에 모든 질량이 있는 것과 같은 힘을 작용한다. $F_a = 0$, $F_b = \frac{GMm}{d^2}$, $F_c = \frac{GMm}{d^2}$ 이다. 따라서 $F_a < F_b = F_c$ 이다.

16) [정답] (1) $\frac{1}{4}$ (2) 2

[해설] (1) $g = \frac{GM}{R^2}$ 에서 $g \propto \frac{1}{R^2}$

(2) $g = \frac{G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R$ 에서 $g \propto R$

17) [정답] ③ 5.0배

[해설]

물체의 부피를 V , 물의 밀도를 ρ_0 , 물체의 평균 밀도를 $\alpha\rho_0$ 라 하고 α 를 구해보자.

물 밖에 있을 때의 눈금은 물체의 무게이다.

$$F = (\alpha\rho_0)Vg. \quad \text{. ①}$$

물에 담그면 눈금은 물체의 무게와 부력의 차이이다.

$$F' = \alpha\rho_0 Vg - \rho_0 Vg = (\alpha - 1)\rho_0 Vg. \quad \text{. ②}$$

저울의 눈금이 20% 감소 했으므로

$$F' = (1 - 0.2)F = 0.8F$$

이다. 여기에 ①과 ②를 대입하면

$$\alpha - 1 = 0.8\alpha$$

따라서 $\alpha = 5.0$ 이다.

18) [정답] 모두 같다.

[해설]

(2)와 (3)의 오리는 둘 다 떠 있으므로 잠김 부분의 유체의 무게와 오리의 무게가 같다.

세 경우 모두 높이가 같으므로 유체와 오리의 무게의 합이 모두 같게 된다.

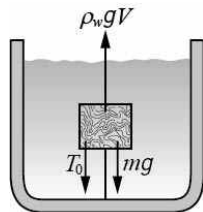
19) [정답] $\left(1 - \frac{\rho_w}{\rho}\right)^{1/3} a$

[해설] 공의 무게와 부력이 평형을 이룬다.

$$\rho g \frac{4\pi}{3}(a^3 - b^3) = \rho_w g \frac{4\pi}{3}a^3$$

20) [정답] 1.250배

[해설] 처음 상태에서



$T_0 = \rho_w g V - mg$ 이다. 물통이 위로 $0.250g$ 로 가속되면 상자는 $0.250mg$ 의 관성력을 아래로 받는다. 동시에 물이 받는 관성력이 부력을 증가시켜서 부력이 연직 위로 $1.250\rho_w g V$ 가 된다. 따라서,

$$T = 1.250\rho_w g V - (mg + 0.250mg) = 1.250 T_0$$

21) [정답] $\rho_B = \frac{1}{4}\rho$

[해설]

그림 (가)에서 부력과 무게의 힘의 평형에 의해

$$\rho \frac{5V}{2} g = \rho_A V g$$

이며 따라서 A의 밀도를 구할 수 있다.

$$\rho_A = \frac{1}{2}\rho. \dots \dots \textcircled{1}$$

그림 (나)에서 힘의 평형을 이용해서 B의 질량을 구해 보자.

$$\rho(3V)g = m_B g + \left(\frac{1}{2}\rho\right)(5V)g$$

정리하면

$$m_B = \frac{1}{2}\rho V. \dots \dots \textcircled{2}$$

여기서 $m_A = \rho_A V_A = \left(\frac{1}{2}\rho\right)(5V)$ 를 사용하였다.($\because \textcircled{1}$)

그림 (다)에서 B의 부피를 구해보자.

$$\rho(V + V_B)g = (m_A + m_B)g$$

이며 g를 약분시키고 ②를 대입하면

$$\rho(V + V_B) = \frac{5}{2}\rho V + \frac{1}{2}\rho V$$

따라서

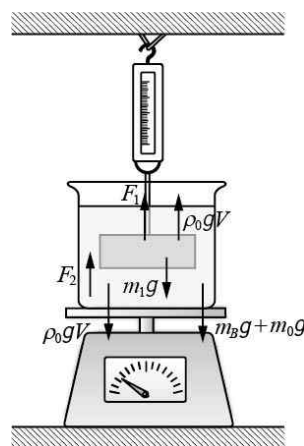
$$V_B = 2V. \dots \dots \textcircled{3}$$

이다.

②와 ③을 이용하면 $\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{\frac{1}{2}\rho V}{2V} = \frac{1}{4}\rho$ 이다.

22) [정답] (1) $\left(1 - \frac{\rho_O}{\rho_I}\right)m_I g$ (2) $\left(m_B + m_O + \frac{\rho_O}{\rho_I}m_I\right)g$

[해설] (1) 물체의 부피를 $V = \frac{m_I}{\rho_I}$ 라 하면 다음 그림과 같이 물체에는



중력 $m_I g$, 용수철 저울이 작용하는 힘 F_1 , 부력 $\rho_O g V$ 가 작용하여 평형을 이룬다. 용수철 저

울의 눈금은 $F_1 = m_I g - \rho_O g V = \left(1 - \frac{\rho_O}{\rho_I}\right)m_I g$

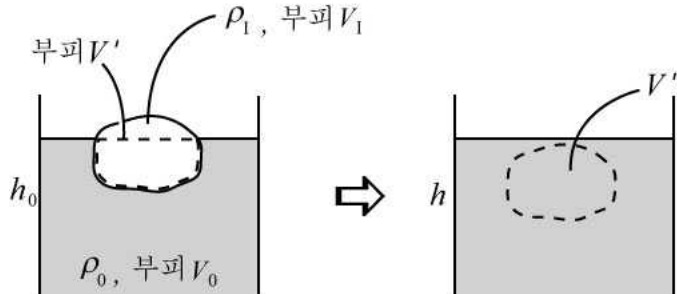
(2) 물과 비커를 같이 생각하면 그림과 같이 중력 $m_B g + m_O g$ 과 부력의 반작용 $\rho_O g V$, 그리고 저울이 작용하는 힘 F_2 가 평형을 이룬다. 저울의 눈금은

$$F_2 = m_B g + m_O g + \rho_O g V = \left(m_B + m_O + \frac{\rho_O}{\rho_I} m_I \right) g$$

개념 POINT

23) [정답] (1)(2)(4) 변화 없다. (3) 내려간다.

[해설] (1)



V' : 처음 물속에 있는 얼음의 부피

V'' : 얼음 녹은 물의 부피

그릇의 단면적을 A , 처음 물의 높이를 h_0 , 나중 물의 높이를 h 라 하면

$$Ah_0 = V_0 + V' \dots\dots ①$$

$$Ah = V_0 + V'' \dots\dots ②$$

처음 힘 평형식

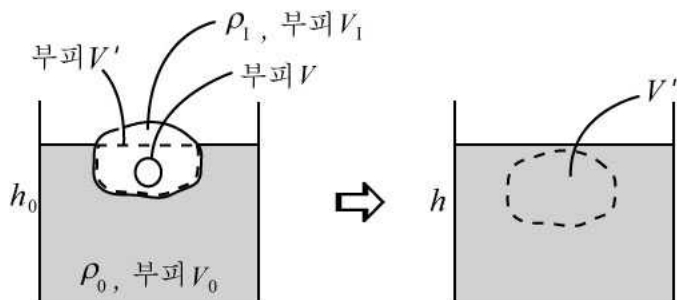
$$\rho_I V_I g = \rho_0 g V' \Rightarrow V' = \frac{\rho_I V_I}{\rho_0} \dots\dots ③$$

얼음이 녹을 때 질량은 변하지 않으므로

$$\rho_I V_I = \rho_0 V'' \Rightarrow V'' = \frac{\rho_I V_I}{\rho_0} \dots\dots ④$$

$V' = V''$ 이므로, $h_0 = h$

(2)



V' : 처음 물속에 있는 얼음의 부피

V : 공기 방울의 부피

V'' : 얼음 녹은 물의 부피

그릇의 단면적을 A , 처음 물의 높이를 h_0 , 나중 물의 높이를 h 라 하면

$$Ah_0 = V_0 + V' \dots\dots ①$$

$$Ah = V_0 + V'' \dots\dots ②$$

처음 힘 평형식(공기 방울의 질량은 무시한다)

$$\rho_I V_I g = \rho_0 g V' \Rightarrow V' = \frac{\rho_I V_I + \rho V}{\rho_0} \dots\dots ③$$

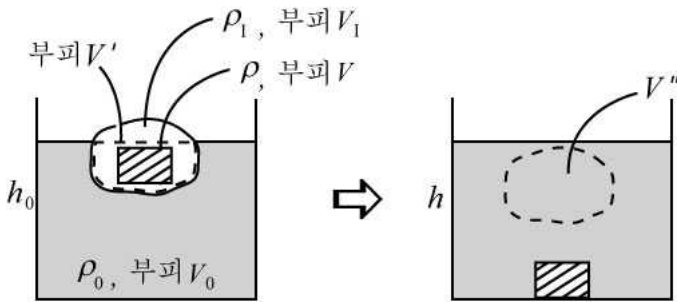
얼음이 녹을 때 질량은 변하지 않으므로

$$\rho_I V_I = \rho_0 V' \dots\dots ④$$

$$\rho_I V_I = \rho_0 V'' \Rightarrow V'' = \frac{\rho_I V_I}{\rho_0} \dots\dots ④$$

$$V' = V'' \text{ 이므로, } h_0 = h$$

(3)



V' : 처음 물속에 있는 얼음(and/or 물체)의 부피

V'' : 얼음 녹은 물의 부피

그릇의 단면적을 A , 처음 물의 높이를 h_0 , 나중 물의 높이를 h 라 하면

$$Ah_0 = V_0 + V' \dots\dots ①$$

$$Ah = V_0 + V'' + V \dots\dots ②$$

처음 힘 평형식

$$(\rho_I V_I + \rho V)g = \rho_0 g V'$$

$$\Rightarrow V' = \frac{\rho_I V_I + \rho V}{\rho_0} \dots\dots ③$$

얼음이 녹을 때 질량은 변하지 않으므로

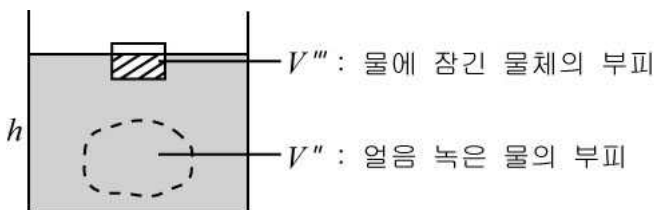
$$\rho_I V_I = \rho_0 V'' \dots\dots ④$$

①-②을 하면

$$\begin{aligned} A(h_0 - h) &= V' - V'' - V \\ &= \frac{\rho_I V_I + \rho V}{\rho_0} - \frac{\rho_I V_I}{\rho_0} - V \\ &= \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) V > 0 \end{aligned}$$

$\therefore h_0 > h$ 이고 물은 내려간다.

(4) 처음 상태는 (3)과 같고, 나중상태가 다음과 같다고 하자.



$$Ah_0 = V_0 + V' \dots\dots ①$$

$$Ah = V_0 + V'' + V''' \dots\dots ②$$

풀이 (3)의 ③, ④는 그대로 적용된다.

$$V' = \frac{\rho_I V_I + \rho V}{\rho_0} \dots\dots ③$$

$$V'' = \frac{\rho_I}{\rho_0} V_I \dots\dots ④$$

물체에 대해 힘 평형식을 쓰면

$$\rho g V = \rho_0 g V''' \Rightarrow V''' = \frac{\rho}{\rho_0} V \dots\dots ⑤$$

①-②을 하면,

$$\begin{aligned} A(h_0 - h) &= V' - V'' - V''' \\ &= \frac{\rho_I V_I + \rho V}{\rho_0} - \frac{\rho_I}{\rho_0} V_I - \frac{\rho}{\rho_0} V = 0 \end{aligned}$$

개념 POINT

$\therefore h_0 = h$ 이고 물의 수위 변화는 없다.

24)

[정답] ②

[해설] $\therefore -\frac{A}{2} = A \sin \frac{v}{R} t = A \sin \omega t$

$$\omega t = \frac{7\pi}{6} \quad t = \frac{7}{12} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{7}{12} T$$

25) [정답] (1) 75% (2) 변위가 진폭의 $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 배가 되는 위치

[해설] 진폭이 A 일 때 총 역학적 에너지는

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

(1) $x = \frac{1}{2} A$ 이면

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} k A^2 = \frac{1}{4} E$$

$$E_k = E - E_p = \frac{3}{4} E$$

(2) 어떤 위치에서 $E_p = E_k$ 이면

$$E = E_p + E_k = 2E_p \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = 2 \times \frac{1}{2} k x^2$$

$$\therefore x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

26) [정답] ③

[해설]

[출제의도] 단진자의 운동 탐구 설계하기

철수, 영희: 단진자가 진동할 때 진동의 중심에서 속력은 최대이고, 진동의 양 끝점에서 가속도의 크기는 최대이다. 민수: 실의 길이가 l 인 단진자의 주기는 $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 이다.

개념 POINT